La tradición pitagórica en física

Jorge E. Saltor
Universidad del Norte Santo Tomás de Aquino

1. *El Formalismo*

Uno de los supuestos filosóficos de la ciencia factual es, según Bunge, el *formalismo*, es decir, la creencia de que las entidades matemáticas que sirven para expresar las constancias de los fenómenos físicos, biológicos, psicológicos, económicos, etc., no están gobernadas por relaciones subjetivas, sino por relaciones ideales, independientes de nuestras decisiones, deseos y opiniones. Dicho con otras palabras, las fórmulas lógico-matemáticas que reconstruyen conceptualmente la realidad son independientes de la experiencia; son, propiamente, nexos argumentativos, o relaciones de fundamento a consecuencia, *descubiertos* por el hombre, no creados por éste. El científico no admite una interpretación psicologista de los seres matemáticos, sino, por el contrario, supone que éstos tienen una suerte de existencia propia, que son *formas* o entes de razón que nos imponen *velis nolis* una legalidad apriórica.

Pero si el científico trabaja con este supuesto formalista, no acontece lo mismo con los filósofos de las matemáticas o de la lógica. Algunos de estos últimos han examinado también otras posibilidades de fundamentación ontológica de los números, los conjuntos, las relaciones, las figuras, los principios de la lógica, las leyes de la argumentación, etc. Por ejemplo, John St. Mill y Spencer, hacia mediados del siglo pasado, creyeron que las ecuaciones matemáticas como también las formulaciones tautológicas de la lógica eran producto de una reiterada experiencia humana en el difícil camino hacia la racionalidad; una fórmula tan sencilla como “si a=b entonces b=a” no sería, en el pensamiento de estos dos grandes filósofos ingleses, una verdad atemporal y de validez inmanente, sino que sería el resultado de un lento aprendizaje humano de las posibilidades de la conmutación de cantidades equivalentes.

En nuestro siglo, y rescatando gran parte de las ideas de Kant, los intuicionistas –especialmente Brouwer– piensan que las entidades matemáticas no son eternas y que tampoco son fruto de la experiencia sensible en su recurrente tarea de aprender a vivir con las cosas del mundo, sino que son construcciones mentales realizadas a partir de una intuición del tiempo, o, dicho con otras palabras, de una percepción intelectual de la sucesión temporal. En el intuicionismo, el valor de verdad de una fórmula tautológica no estriba en ser la consecuencia lógica de una argumentación formal, ni tampoco en ser consistente con el resto del sistema axiomático, sino simple y sorprendentemente en su evidencia representacional, pues de ninguna manera los algoritmos lógico-lingüísticos son capaces de fundar la verdad. "Nunca nadie ha sido capaz de comunicar su alma por medio del lenguaje", escribió alguna vez Brouwer[1].

Por otra parte, recientemente, el talentoso discípulo de Popper, Imre Lakatos, ha argumentado de diversas maneras, fundándose en datos de la historia de la matemática, que ésta constituye un conocimiento tan falible como los enunciados legaliformes de la ciencia fáctica, de modo que la distinción de Carnap entre conocimiento formal y factual no se justifica. En Lakatos, entonces, las proposiciones matemáticas carecen de necesidad lógica y de validez universal; por el contrario, están gobernadas y amenazadas por una posible falsación o, al menos, por una reformulación más adecuada como se desprende de su carácter eminentemente *conjetural*. He mencionado tres filosofías disidentes de la matemática –el psicologismo de Mill, el intuicionismo de Brouwer y el falsacionismo de Lakatos– como posiciones filosóficas que no están conformes con el formalismo; pero, en el campo de los físicos, como vamos a ver, estas discusiones meta-matemáticas por lo general no se presentan.

Quisiera hacer, antes de continuar, algunas salvedades importantes. Primera, las mencionadas filosofías disidentes no son, por supuesto, las únicas que buscan una fundamentación alternativa de la matemática. Segunda, no habría que confundir el "formalismo" epistemológico al que alude Bunge, con el que propone Hilbert para explicar la ontología específica de los seres matemáticos; en efecto, para el primero, que sigue presumiblemente la tradición leibniziana clásica, los enunciados matemáticos son analíticos, mientras que para el formalismo de Hilbert tales enunciados son consecuencias libres de contradicción de una intuición pura del tiempo; tal intuición, según me parece, no puede expresarse en oraciones empíricas sino en juicios sintéticos *a priori*, como pensaba Kant. Tercera salvedad: dije más arriba que las relaciones de fundamento a consecuencia son *descubiertas* por el hombre, lo que parece invalidar la creencia de que hay un fuerte condicionamiento *creativo* en la constitución de los entes matemáticos. Estos, ¿se descubren o se inventan? A mi juicio, estamos aquí

[1] Cit. por Camino Cañón Loyes: *La matemática. Creación y descubrimiento*, Madrid, Publicaciones de la Universidad Pontificia Comillas, 1993, p. 254.

frente a un pseudo-problema, pues en el fondo ambas hipótesis son compatibles. Veamos un ejemplo que puede ilustrar lo que digo: ante la imposibilidad de resolver las raíces cuadradas de los números negativos, el matemático se vio en la necesidad de *crear* los números imaginarios, lo cual evidentemente, desde el punto de vista psicológico, es un acto legítimo y fecundo; ahora bien, tal creación no es de ningún modo arbitraria, como tampoco fue arbitraria la de los números irracionales, de manera pues, que desde el punto de vista de la ontología, bien puede pensarse que en las estructuras de los *entia rationis* los números imaginarios tienen una razón de ser, una existencia ideal, en cuyo caso pueden considerarse como descubrimientos de una nueva región ontológica.

2. *La tradición pitagórica*

Antes de mencionar algunos testimonios de físicos importantes, vale la pena aludir a un corolario ontológico del formalismo. Considérese cualquier fórmula física, por ejemplo, el célebre principio relativista según el cual la energía es equivalente a la masa multiplicada por el cuadrado de la velocidad de la luz; o la ecuación diferencial de Fourier, tan admirada por Comte, que describe la difusión del calor. Hay aquí dos sucesos físicos: la energía y la expansión calórica, que son adecuadamente descriptos por fórmulas matemáticas de desigual complejidad. Ahora bien, si la esencia de un *suceso físico* tiene una estructura matemática, si tal esencia puede ser satisfactoriamente comprendida mencionando ciertas relaciones formales entre componentes diversos, entonces quiere decir que el sueño filosófico de la aprehensión de la inteligibilidad de las cosas, de su quididad –como dicen los escolásticos– queda exitosamente realizado por el uso de las matemáticas. O, dicho de otra manera, la estructura esencial de los sucesos del espacio-tiempo que estudian las ciencias físicas de la naturaleza es una estructura matemática. Esta concepción, de por sí muy antigua, se remonta por lo menos al siglo VI antes de Jesucristo, y constituye lo que se ha dado en llamar “la tradición pitagórica”.

Creo que la más célebre formulación griega de esta tradición se encuentra en el *Timeo* de Platón, donde la realidad física es explicada por una compleja combinación geométrica de los sólidos regulares. Así el agua, por ejemplo, que nuestra química describe como la regular proporción de átomos de hidrógeno y oxígeno, es en Platón la acumulación múltiple de icosaedros. A pesar de que las explicaciones geométricas de Platón no tuvieron mucha suerte en la historia antigua y medieval de la ciencia, su espíritu pitagórico se conservó larvadamente hasta la explícita filosofía de la naturaleza de Galileo. En síntesis, y sobre todo después de los trabajos de este genial italiano, la ciencia físico-matemática de los fenómenos se acomodó con sorprendente facilidad a los cánones básicos de la tradición pitagórica. Hoy en día los físicos, y además muchos filósofos, no dudan de que la esencia de las clases de acaecimientos o sucesos del espacio-tiempo está perfectamente expresada en su ley; y la ley no es sino la función matemática que establece una cierta invariancia allí donde cambian valores o cantidades específicas de tales acaecimientos.

Puede discutirse mucho acerca de cuáles son las más aptas formulaciones lógico-matemáticas de las leyes físicas; en la actualidad, ya no se está totalmente de acuerdo en que las ecuaciones diferenciales sean, como pensaban los positivistas, la única forma de expresar la legalidad. Pero no se discute la tradición pitagórica, esto es, la convicción de que sólo con la ayuda del formalismo estamos en condiciones de aclarar el núcleo inteligible de un suceso del mundo corpóreo, vale decir, su esencia.

3. *Algunos testimonios*

¿Pero, cómo se entiende, entre los físicos, este formalismo? Para decirlo categóricamente, yo afirmaría que se lo entiende por lo común de una manera platónica, esto es, del modo al que aludí antes. Toda entidad lógico-matemática, toda relación que pueda establecerse entre una entidad de este tipo y otra, son seres ideales, no sujetos al consenso humano ni a los avatares del tiempo; la verdad de las fórmulas es independiente de las circunstancias, es autojustificada, no está convalidada por los hechos sino por una legalidad interna al propio formalismo que, a veces, se muestra capaz de explicar tales hechos. De esta suerte, la matemática y la lógica se unen íntimamente en la realidad espacio-temporal para explicarla, las ideas eternas se encarnan en los sucesos para revelar su esencia. Tal es el programa metafísico platónico que, en estos dos últimos siglos, ha revitalizado el potente pensamiento filosófico de Bolzano, Frege y Whitehead.

Kepler, en *Las armonías del mundo*, entre otras consideraciones interesantísimas, escribe: “Porque así como las cosas del mundo exterior que nos presentan los sentidos nos recuerdan aquellas que antes hemos percibido en el sueño, así también las relaciones matemáticas captadas sensiblemente evocan en nosotros aquellos arquetipos inteligibles que figuraban ya de antemano en nuestro interior, de modo que ahora resplandecen verdadera y vívidamente en el alma, allí donde antes sólo estaban oscuramente presentes"[2]. Esta clara alusión a la teoría platónica de la reminiscencia reaparece en la consideración que Heisenberg dedica a mostrar que nuestras representaciones habituales son absolutamente infecundas e irrelevantes para describir el comportamiento de las partículas elementales en la teoría cuántica de la materia: "Creo que, en este punto, dice Heisenberg, la física moderna se ha inclinado definitivamente en favor de Platón. Porque las mínimas porciones de materia no son de hecho objetos físicos en el sentido ordinario de las palabras; son formas, estructuras o –en el sentido que les da Platón– Ideas, que pueden ser descriptas sin ambigüedad en un lenguaje matemático. Tanto Demócrito como Platón, al centrarse en las mínimas unidades materiales, confiaban en acercarse a lo 'uno', al principio unitario que gobierna la marcha del mundo. Platón estaba convencido de que este principio sólo podía expresarse y ser comprendido en términos matemáticos"[3].

Un célebre astrofísico inglés, Sir James Jeans, ha tenido una conciencia lúcida del formalismo y de lo que antes se llamó "la tradición pitagórica". En su libro *The Mysterious Universe*, contrapone tres posibles modelos de la realidad física: el biológico, el ingenieril y el matemático, y sin dudar un instante afirma que "el estudio científico del universo nos ha llevado a una conclusión que puede resumirse en la afirmación de que éste parece haber sido diseñado por un matemático puro". Y una página más adelante aparece este interesantísimo texto: "Nuestros remotos antecesores intentaron interpretar la naturaleza de acuerdo con conceptos antropomórficos creados por ellos mismos, y fracasaron. Los esfuerzos de otros antecesores nuestros más cercanos, intentando interpretar la naturaleza de acuerdo con patrones ingenieriles, resultaron igualmente inadecuados. La naturaleza se resistía a acomodarse a ninguno de esos moldes creados por el hombre. Por el contrario, los esfuerzos por interpretar la naturaleza en términos conceptuales puramente matemáticos han demostrado hasta ahora tener un éxito brillante. Parecería, pues, estar ahora fuera de duda el hecho de que, de algún modo, la naturaleza se encuentra más íntimamente vinculada

[2] Texto recordado por Heisenberg, en Heisenberg, Schrödinger, Einstein y otros: *Cuestiones cuánticas* (selección de Ken Wilber), Barcelona, Kairós, 1987, pp. 104-105.
[3] Heisenberg, *ib*., p. 85.

a conceptos puramente matemáticos, que a otros procedentes de la biología o de la ingeniería; e incluso si la interpretación matemática no es sino un tercer molde fabricado por el hombre, lo que puede decirse es que al menos se ajusta a la naturaleza objetiva incomparablemente mejor que los dos ensayados con anterioridad”[4].

Pero, en el pensamiento de Jeans, la matemática no es “un tercer molde fabricado por el hombre”; por eso, casi a continuación, afirma enfática y contundentemente: “las matemáticas entran en el universo desde arriba, no desde abajo”. Es decir, ellas no son el producto de la experiencia humana de la cantidad, como en Aristóteles, y tampoco son intuiciones puras del espacio y del tiempo, como en Kant; por el contrario, han ingresado en el universo físico de la manera como Platón, San Agustín y Kepler aproximadamente pensaron. Por supuesto, los testimonios a favor del formalismo y de la tradición pitagórica podrían multiplicarse: Frege, Eddington, Schrödinger y Pauli corroborarían casi totalmente las ideas de Heisenberg y de Jeans al respecto. ¿Pero qué nos enseña en el fondo todo esto? Simplemente, y por lo pronto, que en el transcurso del siglo XX y ya hacia fines del XIX, la interpretación empirista, observacional y datista de la ciencia ha sido severamente cuestionada en razón de un retorno al racionalismo teológico de Pitágoras y de Platón o, en todo caso, en razón de una interpretación lógico-formal de la matemática.

4. *La matemática, ciencia de relaciones.*

Acabo de afirmar, muy de pasada, que Aristóteles pensaba que las matemáticas eran el estudio de uno de los géneros supremos mencionados por él: el de la cantidad continua (geometría) y discreta (aritmética). Sin embargo, en el estado actual de los conocimientos matemáticos, según mi opinión, tanto la geometría como la aritmética, el álgebra como el análisis, etc., estudian más bien *relaciones* que los entes de razón pueden tener entre sí. Por lo menos, eso es lo que sucede en el caso de las matemáticas puras; veremos, un poco más adelante, qué sucede cuando los físicos aprovechan los recursos de tales ciencias puras. Hubo una época de la historia de la filosofía, la que transcurre entre mediados del siglo XIX y los primeros cincuenta años del siglo XX, que se caracteriza, entre otros aspectos, por una crítica de los fundamentos de las matemáticas; muchos de los más grandes pensadores de esa época, no sin sobresaltos

[4] Jeans, *ib.*, p. 178 y ss.

teóricos, se hundieron en la investigación de cual puede ser la naturaleza de los entes matemáticos, de sus específicas conexiones, de la certeza que proporcionan, de la universalidad y necesidad de los teoremas y de sus antecedentes axiomáticos. Todo lo que se hizo a lo largo de esos más de cien años tuvo y tiene una importancia que no se puede dejar de lado.

Debido a las preocupaciones históricas y sociológicas de la espitemología actual, fomentadas en gran parte por la aparición en 1962 de la *Estructura de las revoluciones científicas* de Thomas Kuhn, y por el previsible cuestionamiento del positivismo lógico en su conjunto, hoy la tarea de los filósofos de la matemática transita por otros caminos, por ejemplo, el del esclarecimiento de la génesis de los conceptos matemáticos, el de la notable evolución de ciertas nociones (como la de “función” o la de “continuo”), el del posible condicionamiento social de las teorías, el de la aparición de contraejemplos en célebres teoremas como el de Cauchy, el de los límites de la racionalidad matemática sugeridos por el metateorema de Gödel, etc. Con todo, yo soy de la opinión de que los problemas filosóficos tienen la perdurabilidad del pensamiento humano y que si hoy la comunidad filosófica se preocupa por un tipo de cuestiones en especial, no por ello el problema de los fundamentos de las matemáticas ha sido totalmente cancelado y declarado sin importancia alguna. De modo, pues, que no me parece ocioso volver sobre la ontología del ser de razón matemático.

La expresión formal mínima que puede concebirse es ya una relación; en Aristóteles es algún predicado que pueda decirse de una sustancia primera. Esto es aproximadamente lo mismo que Russell, Tarski, Whitehead, etc. llaman “función proposicional”, vale decir, la relación que se establece entre un individuo cualquiera y una determinación cualquiera. A pesar de que muchos lógicos no están de acuerdo con la frase “función proposicional” y prefieren utilizar otras denominaciones, no conozco que alguien haya cuestionado la evidente estructura ontológica mínima del pensamiento humano que puede simbolizarse por la simple fórmula “F(x)”. Pero esta, a todas luces, es una relación. Los teóricos y pedagogos de las matemáticas apelan a ciertos conceptos primitivos básicos para estructurar la que parece ser la teoría englobante de la matemática: la teoría de conjuntos. En ésta aparece un concepto: el de *pertenencia* de un elemento cualquiera a un conjunto cualquiera, que es también una relación. Al fin y al cabo, un conjunto puede definirse como una colección dada que satisface una determinada función proposicional: $\hat{x}=F(x)$. Nos movemos pues (en el dominio de la lógica y de la matemática) en el mundo de las relaciones; inclusive Aristóteles, cuando defiende la postura de que hay una ciencia de la cantidad –la matemática– está de hecho suponiendo que en esta esfera se dan ciertas conexiones universales y necesarias.

Algo he dicho más arriba sobre la naturaleza del conocimiento físico, pero quisiera ahora, en la medida de lo posible, ahondar sobre este tema. Por lo pronto, la física, como cualquier otra ciencia factual, busca formular leyes, es decir, un conocimiento universal que pueda someterse a contrastación empírica. Hay una definición de ley científica que me parece importante recordar en este caso. Es la que da Boutroux en su libro *L' ideal scientifique des matematiciens*. Dice Boutroux: "Concebir una correspondencia entre dos variables matemáticas, es admitir que entre dos términos, que varían simultáneamente, existe siempre una relación idéntica a sí misma; esto equivale a postular que, bajo el cambio aparente del antecedente y del consecuente hay algo constante. Ahora bien, a este postulado lo conocemos. Es el que preside, desde lo alto a lo bajo de la escala, todas las ciencias físicas y naturales: es el concepto general de ley"[5].

El análisis de cualquier ley física confirma este enunciado metanomológico de Boutroux. Tomemos, por caso, un ejemplo muy sencillo. El peso específico de un cuerpo responde a la fórmula:

$$\rho = \frac{P}{V}$$

es decir, el peso específico de un cuerpo es igual al cociente entre su peso y su volumen; los valores relativos de 'P' y 'V' cambian constantemente en cada caso, pero la relación de cociente entre ambos es invariante. De modo, pues, que cualquier ley física indica una constancia entre fenómenos o, mejor dicho, entre variables o aspectos de tales fenómenos. Vuelve a surgir aquí la estructura matemática de la relación. Pero ahora las relaciones ya no se establecen entre entes de razón cualesquiera, sino entre magnitudes físicas que pueden ser cuantificables o medibles. Si esto es así, entonces tienen razón los autores mencionados anteriormente en este trabajo y la "tradición pitagórica" se adapta maravillosamente al conocimiento físico de la naturaleza. Como la

[5] Cit. por Desiderio Papp en *Filosofía de las leyes naturales*, Bs. As., Espasa-Calpe, 1951, p. 81.

matemática es la ciencia de las relaciones de entes ideales como los números, ella puede constituir el instrumento idóneo para estudiar aquellas específicas que son susceptibles de mensurabilidad, esto es, las relaciones naturales. No es de extrañar, pues, que las ciencias físicas que pretenden un conocimiento legal del mundo que sea comprobable, al menos indirectamente, por la experiencia, encuentre en la ciencia de las relaciones: las matemáticas, su instrumento lógico-lingüístico más adecuado.